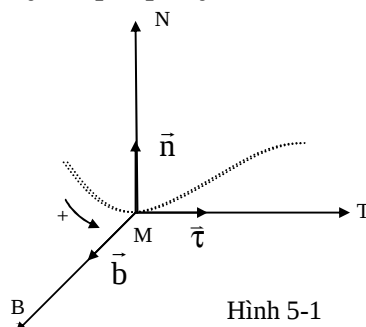


PHẦN II. ĐỘNG HỌC**CHƯƠNG III****CHUYỂN ĐỘNG NGẪU A ĐIỂM****Bài 5. KHẢO SÁT CHUYỂN ĐỘNG NGẪU A ĐIỂM BẰNG PHƯƠNG PHÁP TỰ NHIÊN****I. Hệ tọa độ tự nhiên**

Đặt trong mặt phẳng tiếp tuyến với quỹ đạo tại điểm M trục MT hướng theo tiếp tuyến của quỹ đạo về phía dương với vectơ đơn vị $\vec{\tau}$. Đặt trục MN hướng theo pháp tuyến của quỹ đạo về phía lõm, pháp tuyến MN nằm trong mặt phẳng tiếp tuyến chính với vectơ đơn vị $\vec{n}$.

Đặt pháp tuyến MB vuông góc với hai trục trên gọi là trùng pháp tuyến với vectơ đơn vị là $\vec{b}$ thì hai trục này ta chọn chiều của $\vec{b}$ sao cho $M_{\vec{\tau}, \vec{n}, \vec{b}}$ là một tam diện thuận.

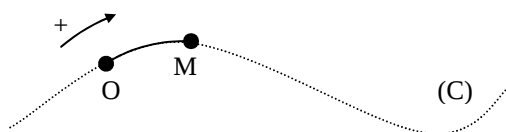
Vậy, tại mỗi điểm của đường cong, ta luôn đặt đường tiếp tuyến và pháp tuyến vuông góc có 3 trục hướng theo tiếp tuyến, pháp tuyến chính và trùng pháp tuyến gọi là hệ tọa độ tự nhiên (hình 5-1).



Hình 5-1

II. Phương trình chuyển động

Trên quỹ đạo của động điểm, ta chọn O làm gốc. Định chiều đường cong của quỹ đạo (chiều chuyển động của điểm). Vị trí của động điểm được xác định bởi thông số $s = \widehat{OM}$. Khi M chuyển động, thông số định vị biến thiên theo thời gian.



$s = s(t)$ gọi là phương trình chuyển động của điểm đang chuyển động tự nhiên (s còn được gọi là tọa độ cong của động điểm).

III. Vận tốc

Để xác định vận tốc của động điểm, ta tìm hình chiếu của nó trên các trục của hệ tọa độ tự nhiên. Vì vectơ $\vec{v}$ hướng theo tiếp tuyến của quỹ đạo nên $\vec{v} = v_{\tau} \cdot \vec{\tau}$ ($v_n = v_b = 0$).

$$|v_{\tau}| = |\vec{v}| = \left| \frac{ds}{dt} \right| = \left| \dot{s} \right|$$

Đều có v_τ và s cùng đơn vị nên đơn vị gia tốc chuyển động theo chiều dài của quỹ đạo và ngược lại nên.

$$v_\tau = s'(t) \quad (5-1)$$

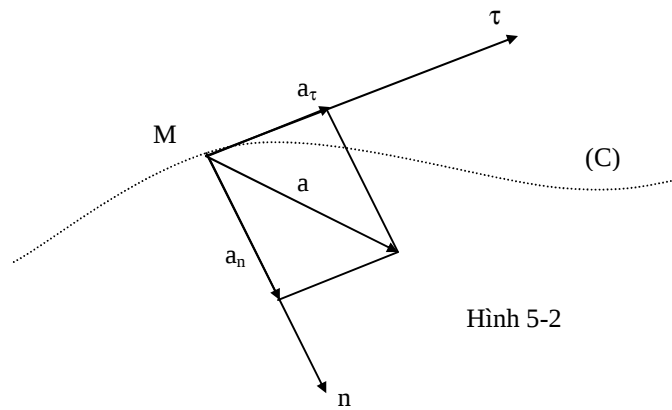
Vậy, vận tốc của điểm bằng đạo hàm bậc nhất của đường cong theo thời gian.

IV. Gia tốc

Trong chuyển động, vận tốc của điểm thay đổi cả về hướng và trị số. Để biểu thị biến thiên của vận tốc gọi là gia tốc. Ký hiệu: $\vec{a}$

Thông thường thì $\vec{a}$ không trùng với phương tiếp tuyến của quỹ đạo, nên ta có thể phân làm hai thành phần (hình 5.2)

– Thành phần theo phương tiếp tuyến với quỹ đạo, được gọi là gia tốc tiếp tuyến, ký hiệu $\vec{a}_\tau$



Hình 5-2

$$\vec{a}_\tau = \frac{d\vec{v}_\tau}{dt} = v'(t) = s'(t) \quad (5-2)$$

– Thành phần theo phương pháp tuyến (hướng vào bên lõm của quỹ đạo), gọi là gia tốc pháp tuyến, ký hiệu $\vec{a}_n$

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} \quad (5-3)$$

Trong đó: ρ - bán kính cong của quỹ đạo tại vị trí đang xét.

Vậy, gia tốc của điểm chuyển động (gia tốc toàn phần):

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \vec{a}_\tau + \vec{a}_n \\ a &= \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} \end{aligned} \quad (5-4)$$

* Ý nghĩa của các thành phần gia tốc:

- $a_n = \frac{v^2}{\rho} = 0$ khi $\rho \rightarrow \infty$: điểm chuyển động thẳng
- $a_n \neq 0$: điểm chuyển động cong
 Vậy a_n biểu thị độ đổi hướng của vận tốc.
- $a_\tau = v'(t) = 0$ thì $v = \text{hằng số}$: điểm chuyển động đều.

Phương trình của chuyển động đều:

$$s = s_0 + v_0 t \quad (5 - 5)$$

- $a_t \neq 0$ thì vận tốc biến đổi: chuyển động không đều

Vận tốc biến đổi theo thời gian thay đổi tỉ lệ với gia tốc chuyển động.

Trường hợp đặc biệt gia tốc $a_t = \text{hằng số}$ thì chuyển động gọi là biến đổi đều

($a_t > 0$: Chuyển động đều nhanh dần đều và ngược lại)

Phương trình chuyển động:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_t t^2 \quad (5 - 6)$$

$$\text{Ta cũng có: } v = v_0 + a_t t \quad (5 - 7)$$

* Ví dụ

Một tàu hoả chuyển động chậm dần đều theo cung tròn bán kính $R = 800\text{m}$ với vận tốc đầu $v_0 = 54\text{km/h}$. Sau khi chạy được 800m thì nó có vận tốc 18km/h. Tính gia tốc toàn phần của tàu lúc đó và thời gian tàu chạy.

Giải

$$\text{Ta có: } s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_t t^2$$

$$v = v_0 + a_t t$$

Chọn $s_0 = 0$ và vận tốc đầu $v_0 = 54\text{km/h} = 15\text{m/s}$, vận tốc sau khi tàu chạy 800m là

$$v = 18\text{km/h} = 5\text{m/s}.$$

$$800 = 15t + \frac{1}{2} a_t t^2$$

$$5 = 15 + a_t t$$

$$\text{Giải hệ ta được: } t = 80\text{s và } a_t = -\frac{1}{8} \text{ m/s}^2$$

$$\text{Gia tốc pháp tuyến: } a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{5^2}{800} = \frac{1}{32} \text{ m/s}^2$$

$$\text{Gia tốc toàn phần: } a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{8}\right)^2 + \left(\frac{1}{32}\right)^2} = 0,129 \text{ m/s}^2$$

Bài 6. KHỐI O SẮT CHUYỂN ĐỘNG NGẪU CẪU A ĐIỂM M BẰNG PHƯƠNG NG PHÁP TỌA ĐẪU DESCARTES

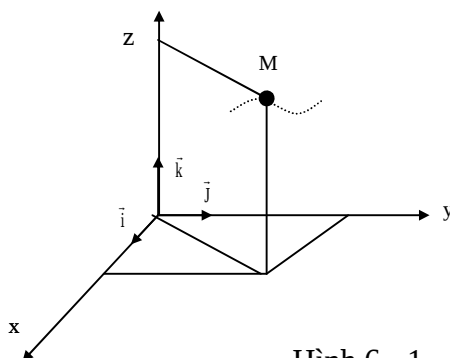
I. Phương trình chuyển động

Trong hệ tọa độ Descartes, vị trí của điểm M được xác định bởi ba tọa độ của nó (x, y, z) . Khi M chuyển động, các thông số định vị này thay đổi theo thời gian (hình 6.1).

$$x = x(t); y = y(t); z = z(t) \quad (6-1)$$

Đó chính là các phương trình chuyển động của điểm theo hệ tọa độ Descartes.

Khi tìm hiểu hệ phương trình chuyển động, ta được các phương trình quỹ đạo của điểm.



Hình 6 - 1

II. Vận tốc

Để xác định vận tốc, ta xác định hình chiếu của vận tốc lên các trục x, y, z .

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{dx}{dt} = x'(t) \\ v_y &= \frac{dy}{dt} = y'(t) \\ v_z &= \frac{dz}{dt} = z'(t) \end{aligned} \quad (6-2)$$

Vận tốc của điểm được xác định bằng biểu thức:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (6-3)$$

$$\cos \alpha = \frac{v_x}{v}; \cos \beta = \frac{v_y}{v}; \cos \gamma = \frac{v_z}{v} \quad (6-4)$$

Với α, β, γ là các góc tạo bởi $\vec{v}$ với các trục x, y, z .

III. Gia tốc

Tìm hiểu thêm vận tốc, ta xác định hình chiếu của gia tốc.

$$\begin{aligned}a_x &= \frac{dv_x}{dt} = v'_x(t) = x''(t) \\a_y &= \frac{dv_y}{dt} = v'_y(t) = y''(t) \\a_z &= \frac{dv_z}{dt} = v'_z(t) = z''(t)\end{aligned} \quad (6-5)$$

Trình bày và phân tích gia tốc:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (6-6)$$

$$\cos \alpha' = \frac{a_x}{a}; \cos \beta' = \frac{a_y}{a}; \cos \gamma' = \frac{a_z}{a} \quad (6-7)$$

α', β', γ' là các góc tạo bởi $\vec{a}$ với các trục x, y, z .

* **Ví dụ:** Viên đạn bay trong không gian theo phương trình

$$x = v_0 t \cos \alpha \quad (a)$$

$$y = -\frac{gt^2}{2} + v_0 t \sin \alpha \quad (b)$$

Trong đó α là góc bắn.

Tìm vận tốc, gia tốc và quỹ đạo của viên đạn.

Giải

Để tìm quỹ đạo, ta khảo sát phương trình:

Từ (a) suy ra: $t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$

Thay vào (b) ta được: $y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$

Vậy quỹ đạo viên đạn là đường parabol.

$$v_x = x'(t) = v_0 \cos \alpha$$

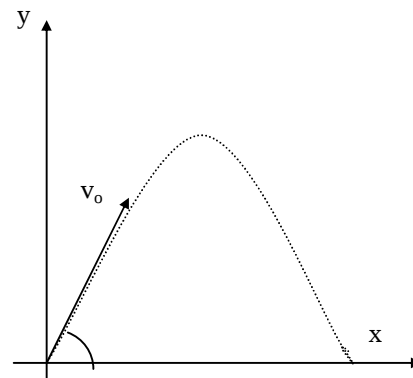
$$v_y = y'(t) = -gt + v_0 \sin \alpha$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(v_0 \cos \alpha)^2 + (v_0 \sin \alpha - gt)^2}$$

$$a_x = x''(t) = 0$$

$$a_y = y''(t) = -g$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-g)^2} = g$$



CÂU HỎI ÔN TẬP

1. Trình bày khái niệm vận tốc gia tốc nhiên.
2. Viết biểu thức xác định vận tốc, gia tốc tiếp tuyến, gia tốc pháp tuyến, gia tốc toàn phần của điểm chuyển động.

3. Viết biểu thức tính vận tốc và gia tốc của động điểm theo phương pháp tọa độ Descartes.
4. Trong chuyển động, nếu $\frac{v_x}{v_y} = \text{hằng số}$, thì đường quỹ đạo của động điểm đó như thế nào?